

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΦΥΣΙΚΟΥΣ Ι

Οι τέσσερις εκδοχές για την επίλυση της $Ax = b$

($m \times n$ πίνακας A τάξης r)

- | | | | | | | |
|---|---------|-----|---------|--------------------------------|----------|---------------------------|
| • | $r = m$ | και | $r = n$ | Τετραγωνικός και αντιστρέψιμος | $Ax = b$ | έχει 1 λύση. |
| • | $r = m$ | και | $r < n$ | Κοντός και πλατύς | $Ax = b$ | έχει ∞ λύσεις. |
| • | $r < m$ | και | $r = n$ | Ψηλός και λεπτός | $Ax = b$ | έχει 0 ή 1 λύση. |
| • | $r < m$ | και | $r < n$ | Όχι μέγιστη τάξη | $Ax = b$ | έχει 0 ή ∞ λύσεις. |

Ισχύει πάντοτε ότι: $r \leq m$ και $r \leq n$. Επιπλέον, αξίζει να θυμόμαστε τη μορφή του χώρου στηλών $\mathcal{R}(A)$, και του μηδενόχωρου $\mathcal{N}(A)$, στις δύο ακραίες περιπτώσεις:

$$\text{Μέγιστη τάξη γραμμών: } r = m \iff \mathcal{R}(A) = \mathbb{R}^m .$$

$$\text{Μέγιστη τάξη στηλών: } r = n \iff \mathcal{N}(A) = \{0\} , \text{ με } 0 \in \mathbb{R}^n .$$